

# Олимпиада по математике

## Задача 1. «Весы повесились»

Найдите все натуральные  $N$  и  $K$ , при которых набор из гирь  $1$  г.,  $2$  г., ...,  $N$  г. можно разделить на  $K$  кучек равного веса.

## Задача 2. Хитрющий пятиугольник

А. Существует ли пятиугольник, который можно разрезать на 4 одинаковые части?

Б. На 3 одинаковые части?

В. На 5 одинаковых частей?

Г. А на 19?

Предложите как можно больше различных решений в каждом из пунктов.

## Задача 3. Мишин калькулятор

В Мишином калькуляторе три кнопки, которые позволяют вычитать из имеющегося числа единицу, умножать на три и делить пополам (каждой кнопке соответствует своя операция). Стартував с единицы и нажав минимальное число раз на некоторые из кнопок, требуется получить:

А. 2014

Б. 1640

В. Какое число от 1 до 2014 труднее всего получить?

## Задача 4. Остров невезения

Таинственный остров населен лжецами и рыцарями. Известно, что лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Двадцать островитян расположились в вершинах додекаэдра и каждый заявил, что среди его соседей четное число рыцарей. После этого один из них возопил: "Братцы! А ведь нас, рыцарей и лжецов, поровну!". Можно ли с уверенностью определить принадлежность возопителя одному из двух типов?

## Задача 5. Фруктовое рагу

Известно, что натуральные числа  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  удовлетворяют неравенствам:

$$5A+3B+C > 6D \quad 5B+3C+D > 8A \quad 5C+3D+A > 10B \quad 5D+3A+B > 12C$$

А. Расположите числа в порядке возрастания.

Б. Как будет выглядеть задача в общем виде и каким будет ее решение?

