

Зимний ринрут, 2017
Высшая лига

Задача В1. Стремление к гармонии

Дано несколько положительных рациональных чисел с суммой 1. Требуется разрезать квадрат 1×1 на прямоугольники с соответствующими площадями так, чтобы сумма периметров всех прямоугольников была минимальной. Какой результат можно гарантировать?

Задача В2. Гильотинка

Найти все топологически неэквивалентные разрезания треугольника на 5 треугольников.

Задача В3. Золотое сечение

На плоскости нарисованы $4K$ синих точек, $4K$ красных и $4K$ зеленых. Все точки различны, никакие три не лежат на одной прямой. Требуется двумя замкнутыми линиями разрезать плоскость на 4 части так, чтобы каждая часть содержала поровну точек каждого цвета. Всегда ли это возможно?

Задача В4. Улитка

Улитка должна проползти вдоль линий клетчатой бумаги путь длины $2N$, начав и кончив свой путь в данном узле. Чему равно число ее различных несамопересекающихся маршрутов?

Задача В5. Упорядочение гирь

Имеется N неотличимых с виду гирь весом 1, 2, 3, ... граммов и весы со стрелкой, которые показывают вес в граммах. За какое минимальное число взвешиваний можно упорядочить все гири?

Общие задачи

Задача О6. Рыбаки

Рыбаки выловили в пруду 10 карасей и 10 щук, поместили их, и выпустили обратно в пруд. На следующий день их улов состоял опять из 10 карасей, среди которых было 3 помеченных и 10 щук, среди которых помеченных было 5 штук. Сколько и каких было рыб в этом пруду?

Задача О7. Шулера

В колоде 6 карт – два короля, две дамы и два валета. Трех игрокам, сидящим за круглым столом, сдают случайным образом по паре карт из этой колоды. За один ход все игроки одновременно передают какую-то из своих карт соседу слева. После некоторого числа ходов игроки не сговариваясь вскрываются и у каждого из них оказываются карты одного достоинства. Предварительно игроки могут договориться о чем угодно, но во время игры обмениваться информацией нельзя. Какой план должны они принять, чтобы добиться успеха за минимальное число ходов?

Задача О8. Дележ торта

Двое по очереди ставят точки на отрезке $[0,1]$. После второго хода второго игрока отрезок окажется разбитым на 5 отрезков с длинами $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5$ (не обязательно в таком порядке). Первый получает $a_1 + a_3 + a_5$, а второй – оставшееся. Какой стратегии следует придерживаться каждому из них, чтобы максимизировать свой результат?

Премьер-лига

Задача П9. Шизофрения

Многоугольник называется 2-составленным, если его можно разрезать на две конгруэнтные части. Описать все выпуклые 2-составленные многоугольники.

Задача П10. Гильотинище

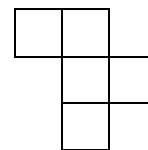
Найти все топологически неэквивалентные разрезания прямоугольника на 5 прямоугольников.

Задача П11. Фальшивые монеты

Из $2N$ монет половина настоящих одного веса и половина фальшивых меньшего веса. За какое минимальное число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно отделить фальшивые монеты от настоящих?

Задача П12. Пентамощения.

Найдите как можно больше различных замощений плоскости фигурой справа.



Задача П13. Система равновесов

Системой равновесов называется совокупность натуральных чисел, из которой нельзя извлечь два различных набора с одинаковой суммой. Найти наименьшее натуральное число $N(K)$ такое, чтобы из натуральных чисел, не превосходящих $N(K)$, можно было выделить систему равновесов из K чисел.

Задача П14. Машинка Тьюринга

Микрокалькулятор может складывать числа и запоминать полученный результат. Первоначально в его памяти находится лишь единица. Какое минимальное число сложений потребуется, чтобы получить данное целое число N ?