**Как телескопировать задачу?**

Телескопированная задача имеет три пункта, А,В и С. Первый пункт самый легкий, второй олимпиадный, а третий – на грани возможного. Сама первоначальная задача может быть любым из этих пунктов. Рассмотрим пример.

**Гонщик Спиди**

Четыре гонщика X,Y,Z и T передвигаются по кольцевой трассе со скоростями x,y,z и t соответственно. Какую часть времени гонщик X будет находиться между Y и Z?

В данном случае задача уже сама по себе довольно сложна, Она находится между пунктами В и С. Вот примеры пунктов А,В и С.

**А1.** Рассмотрим случай трех гонщиков. Верно ли, что время нахождения Х между Y и Z (почасовой стрелке) в среднем равно времени нахождения Х между Z и Y?

**А2.** Пусть x=y, z=t, каково решение задачи?

**А3.** Пусть x=0,y=1,z=2,t=3, каково решение задачи?

**В1.** Пусть x=y=0, но гонщики X и Y стартуют из разных мест, каково решение задачи?

**В2.** Пусть x=0,y=1,z=2,t=6, каково решение задачи?

**В3.** Можно ли для произвольного числа гонщиков так задать их скорости, чтобы любая их циклическая перестановка хотя бы однажды реализовалась?

**С1.** Решить задачу для произвольного числа гонщиков.

**С2.** Можно ли для произвольного числа гонщиков так задать их скорости, чтобы любая их циклическая перестановка хотя бы однажды реализовалась, но ни одна перестановка не повторилась, пока не реализуются все остальные?

**Памятка юного телескопера**

Для успешного телескопирования задачи рекомендуется воспользоваться памяткой юного исследователя. На самом деле телескопирование суть составление программы исследований некоторого математического объекта и является довольно сложным творческим процессом. Решателей задач много, а людей, способных грамотно поставить задачу – мало.

**Памятка Юному Исследователю**

*Ознакомившись с условием задачи, немного порешав или решив ее, стоит задуматься над рядом вопросов.*

* Правильно ли сформулирована задача?
* Какие сужения допускает задача?
* Какое обобщение допускает данная задача? Сформулируйте ее в максимально общих терминах, заменив числа переменными, а конкретные понятия – абстрактными именами.
* Каким образом можно сформулировать аналогичную задачу?
* Корректно ли поставлена задача? Существует ли решение? Нельзя ли сразу построить контрпример? Почему не получается его построить?
* Является ли решение задачи единственным? Если нет – сколько различных решений?
* Что изменится в задаче, если поменять некоторые из ее условий? Ослабить или усилить.
* Верно ли, что задача ТОЧНА, т.е. малейшее изменение ее параметров приведет к неверному утверждению? Является ли существенным каждое из условий?
* Можно ли в самых общих словах описать основную трудность и подходящий метод решения подобных задач? Из какой области математики задача?
* Сформулируйте задачу, как массовую (скажем, заменив числа переменными) и определите ее сложностной статус. Является ли она алгоритмически разрешимой? За полиномиальное время?
* Если задача непрерывная, сформулируйте дискретный аналог и наоборот.
* Попробуйте рассмотреть вероятностную постановку той же задачи. Что происходит почти всегда?
* Имеет ли задача игровой вариант постановки?
* Нельзя ли условие задачи снабдить иллюстрациями: кругами, стрелками, диаграммами, матрицами? Нарисуйте табличку юного исследователя.
* При каких минимальных параметрах задача впервые становится нетривиальной?
* Если напрашивается перебор вариантов, попробуйте прикинуть его объем.
* Какую программу исследований можно выдвинуть? Уместно ли использование компьютера? Какие подзадачи можно было бы поручить отдельным исследователям, если задачу решает коллектив?
* Нельзя ли что-то полезное найти в интернете? В библиотеке? У специалиста?
* Может ли понятие симметрии помочь в понимании задачи? Какова группа автоморфизмов основного объекта задачи? Какие инварианты будут полезны? Какие преобразования полезны и нетривиальны?
* Рассмотрите самый плохой случай, опишите его. Рассмотрите минимальный контрпример и попробуйте применить к нему редукцию.
* Каково поведение основного объекта задачи при экстремальных значениях параметров? Можно ли определить его асимптотическое поведение?
* Что произойдет при малых шевелениях?
* Нельзя ли применить линейную алгебру?
* Нельзя ли придумать более интересную задачу?

**Задача решена лишь тогда, если создана полная, исчерпывающая теория. Хорошая задача никогда не бывает РЕШЕНА.**