

Летний ринрут, 2017

Премьер-лига

Задача П1. Табло

Можно ли расставить все натуральные числа от 1 до 9 по одному в каждой клетке таблицы 3 на 3 так, что все суммы чисел в любых двух клетках, имеющих общую сторону, будут различными?

Задача П2. Трудная жизнь Казимира

Для данного N найдите конфигурацию в игре «Жизнь», которая на следующем шаге превращается в квадрат $N \times N$ из активных клеток.

Задача П3. Разбиение на тройки

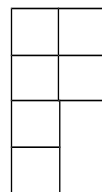
Для каких N первые $3N$ натуральных чисел можно разбить на тройки чисел (A, B, C) такие, что $A + B = C$?

Задача П4. Остров Независимости и Доминирования

Таинственный остров населен лжецами и рыцарями. Двадцать островитян расположились в вершинах додекаэдра и каждый заявил, что среди его соседей есть лжец. После этого один из них возопил: «Братцы! А ведь нас, рыцарей и лжецов, не поровну!» Можно ли с уверенностью определить принадлежность возопителя одному из двух типов?

Задача П5. Ржавые весы

Чашечные весы при равенстве числа монет на чашах выходят из равновесия лишь в случае, когда на одной чаше фальшивых как минимум на две больше, чем на второй. Сформулируйте ряд исследовательских задач на эту тему. Сделайте попытку продвинуться в их решении.



Задача П6. Наконец-то замощения!

Найдите как можно больше различных замощений плоскости фигурой (см рисунок справа).

Задача 0. Инопланетяне

У двух игроков по 10 единиц ресурсов, которые они в каждом раунде распределяют втайне друг от друга по трем армиям. В раунде войска попарно сражаются, причем побеждает войско, у которого ресурс больше. За победу начисляется три очка, за ничью одно. Какой стратегии следует придерживаться, чтобы максимизировать *мат. ожидание* выигрыша?

Супер-лига

Задача С7. Покрытие для линий

Найти фигуру минимальной площади, которой можно накрыть любую плоскую линию единичной длины.

Задача С8. Раздвоение личности

Многоугольник называется 2-составленным, если его можно разрезать на две конгруэнтные части. По данному многоугольнику определить, является он 2-составленным или нет. Найти простой критерий.

Задача С9. Полоса везения

Двое ходят по очереди. Игровое поле – две полоски длин K и T , разделенные на клетки. За один ход игрок может закрасить одну клетку или две соседние клетки любой из полосок. Красить клетки повторно нельзя. Выигрывает тот, кто закрасил последнюю клетку, т.е. сделал последний ход. Кто выиграет при правильной игре?

Задача С10. Магические кубики

Найдите как можно больше различных решений следующей задачи. В кубе $3 \times 3 \times 3$ расставить числа от 1 до 27 так, чтобы суммы во всех линиях, параллельных его сторонам совпадали.

Задача С11. Зачеркивание точек

N точек на плоскости надо зачеркнуть замкнутой ломаной линией, не отрывая пера от бумаги. Какое минимальное число отрезков достаточно для этого провести?

А. Рассмотрите случай четырех точек в вершинах квадрата.

Б. Случай произвольного расположения точек на двух concentрических окружностях.

В. Случай расположения NT точек в вершинах прямоугольной решетки $N \times T$.

Задача С12. Случайная жизнь

В игре Жизнь бесконечная конфигурация сгенерирована датчиком случайных чисел. Клетка с вероятностью P активна, с вероятностью $(1-P)$ неактивна. Предскажите дальнейшую судьбу этой конфигурации.