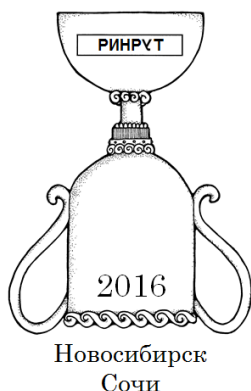


IV ОСЕННИЙ РИНРУТ

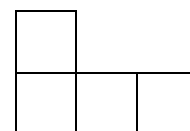


№ 1. Число треугольников

В правильном N -угольнике проведены все диагонали. Сколько различных треугольников (возможно, составленных из нескольких частей) при этом образовалось?

№ 2. Тротуары

Описать как можно больше замощений плоскости следующей фигурой:



№3. Игры ювелиров

Три кучи содержат соответственно A , B и C драгоценных камней. Двое поочередно забирают из произвольной пары куч по одному камню (два за ход). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто проиграет, первый или второй?

№ 4. Кузнечик на минном поле

Бесконечная в обе стороны полоса разбита на клетки, из которых некоторые N помечены. Кузнечик двигается из бесконечности, бросая кубик и передвигаясь вперед на соответствующее число клеток.

- Какова вероятность того, что он не попадет ни на одну из помеченных клеток?
- При каком расположении помеченных клеток эта вероятность будет максимальна?
- Минимальна?

№5. Индивидуальная несовместимость

Вывести критерий, того, что треугольник со сторонами a , b , c помещается в треугольник со сторонами a' , b' , c' .

№6. Бесцветные фломастеры

В темной комнате на столе стоят 3 ящика с фломастерами. В первом 2 красных, 2 зеленых и 3 синих. Во втором ящике 4 красных, 1 зеленый и 3 синих. Третий ящик содержит 7 красных фломастеров, 3 зеленых и 3 синих. Алисе нужен красный фломастер. Она имеет право зайти в комнату, не глядя вытащить один фломастер из какого-либо ящика и вынести его на свет. За какое минимальное количество попыток Алиса гарантированно добьется цели?

Задачи можно сдавать по ссылке: <http://diogen-nsu.ru/rinrutIX>

Памятка Юному Исследователю

Ознакомившись с условием задачи, немного порешав или решив ее, стоит задуматься над рядом вопросов.

1. Правильно ли сформулирована задача?
2. Какие сужения допускает задача?
3. Какое обобщение допускает данная задача? Сформулируйте ее в максимально общих терминах, заменив числа переменными, а конкретные понятия – абстрактными именами.
4. Каким образом можно сформулировать аналогичную задачу?
5. Корректно ли поставлена задача? Существует ли решение? Нельзя ли сразу построить контрпример? Почему не получается его построить?
6. Является ли решение задачи единственным? Если нет – сколько различных решений?
7. Что изменится в задаче, если поменять некоторые из ее условий? Ослабить или усилить.
8. Верно ли, что задача ТОЧНА, т.е. малейшее изменение ее параметров приведет к неверному утверждению? Является ли существенным каждое из условий?
9. Можно ли в самых общих словах описать основную трудность и подходящий метод решения подобных задач? Из какой области математики задача?
10. Сформулируйте задачу, как массовую (скажем, заменив числа переменными) и определите ее сложностной статус. Является ли она алгоритмически разрешимой? За полиномиальное время?
11. Если задача непрерывная, сформулируйте дискретный аналог и наоборот.
12. Попробуйте рассмотреть вероятностную постановку той же задачи. Что происходит почти всегда?
13. Имеет ли задача игровой вариант постановки?
14. Нельзя ли условие задачи снабдить иллюстрациями: кругами, стрелками, диаграммами, матрицами? Нарисуйте табличку юного исследователя.
15. При каких минимальных параметрах задача впервые становится нетривиальной?
16. Если напрашивается перебор вариантов, попробуйте прикинуть его объем.
17. Какую программу исследований можно выдвинуть? Уместно ли использование компьютера? Какие подзадачи можно было бы поручить отдельным исследователям, если задачу решает коллектив?
18. Нельзя ли что-то полезное найти в интернете? В библиотеке? У специалиста?
19. Может ли понятие симметрии помочь в понимании задачи? Какова группа автоморфизмов основного объекта задачи? Какие инварианты будут полезны? Какие преобразования полезны и нетривиальны? Нельзя ли устранить граничные эффекты транзитивизацией?
20. Рассмотрите самый плохой случай, опишите его. Рассмотрите минимальный контрпример и попробуйте применить к нему редукцию.
21. Каково поведение основного объекта задачи при экстремальных значениях параметров? Можно ли определить его асимптотическое поведение?
22. Что произойдет при малых шевелениях?
23. Какие физические аналогии навеивает данная задача?
24. При оформлении решения всегда старайтесь обойтись минимальными средствами, добываясь максимально возможного результата. Удалось ли этого достичь?
25. Нельзя ли применить линейную алгебру?
26. Нельзя ли придумать более интересную задачу?

Задача решена лишь тогда, если создана полная, исчерпывающая теория. Хорошая задача никогда не бывает РЕШЕНА.